

3. Determina i parametri a e b in modo che la funzione sia continua e derivabile

$$y = \begin{cases} ax+b & \text{se } x < 0 \\ \ln(x+1)+a & \text{se } x \geq 0 \end{cases}$$

$D_1 \quad \mathbb{R}$
 $D_2 \quad x+1 > 0$
 $x > -1$

Per vedere se è continua basta vedere se lo è in 0 (negli altri punti lo è sicuramente perché composizione di funzioni continue)

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(x+1)+a = \ln 1+a = a$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} ax+b = b$$

$$f(0) = \ln(0+1)+a = a$$

affinché la f sia continua questi 3 valori devono essere
 $\Rightarrow a=b$

$$y = \begin{cases} ax+b & \text{se } x < 0 \\ \ln(x+1)+a & \text{se } x \geq 0 \end{cases} \quad \text{per la derivabilità}$$

calcolo la derivata

$$y' = \begin{cases} a & x < 0 & D'_1 \quad \mathbb{R} \\ \frac{1}{x+1} & x > 0 & D'_2 \quad x \neq -1 \end{cases}$$

per essere derivabile basta che lo sia anche in 0 (per gli altri punti non risultano esserci problemi)

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f'(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x+1} = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f'(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} a = a$$

per essere derivabile in 0 questi 2 limiti devono essere finiti e $\Rightarrow a = 1$

Per essere derivabile e continua la funzione deve verificare contemporaneamente

$$\begin{cases} a = b \\ a = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}$$