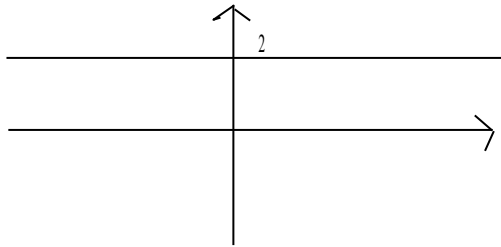


Rette nel piano cartesiano

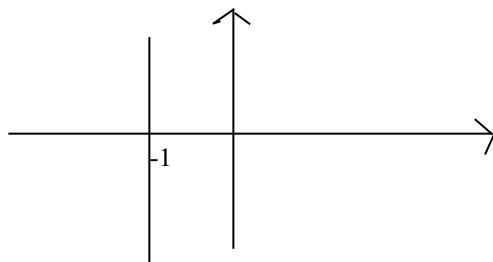
Equazioni di rette parallele all'asse x: $y = k$ dove k è un numero.

Es $y = 2$



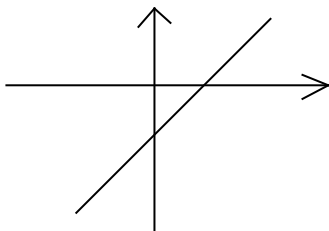
Equazioni di rette parallele all'asse y: $x = k$ dove k è un numero.

Es $x = -1$

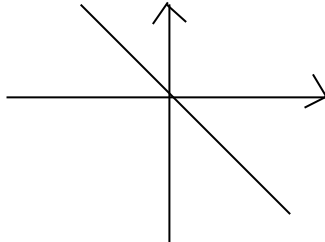


Equazione della retta in forma esplicita $y = mx + q$, m si chiama coefficiente angolare e q termine noto. m indica la pendenza della retta come indicato in figura.

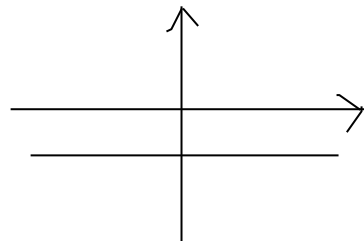
$m > 0$



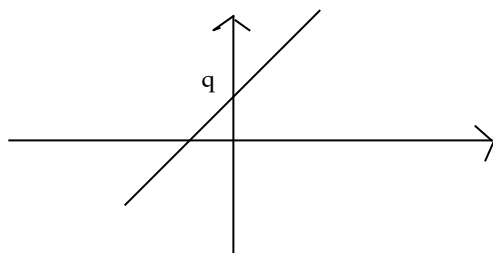
$m < 0$



$m = 0$



q è il valore dell'ordinata (y) del punto di incontro della retta con l'asse y come mostrato in figura.



Oss: una retta in forma esplicita passa dall'origine degli assi se $q = 0$ e viceversa.

Equazione della retta in forma implicita: $ax + by + c = 0$

Oss: una retta in forma implicita passa per l'origine degli assi se $c = 0$ e viceversa.

Oss2: differenza tra la forma implicita ed esplicita. Tutte le equazioni delle rette possono essere scritte in forma implicita, mentre non tutte possono essere portate in forma esplicita: le rette parallele all'asse y (verticali) non possono essere espresse in forma esplicita. Quindi la forma implicita è più generale mentre quella esplicita ci dà più informazioni sulla retta.

Una retta in forma esplicita può essere portata in forma implicita, il viceversa non è sempre possibile: è possibile quando la retta non è una retta parallela all'asse y.

Esercizi

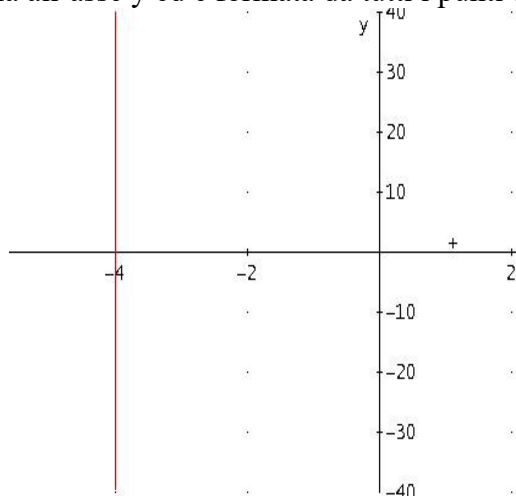
Disegnare le rette di equazione

(a) $x = -4$

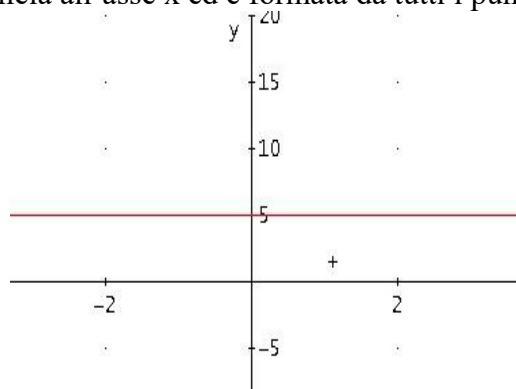
(b) $y = 5$

(c) $y = 3x - 1$

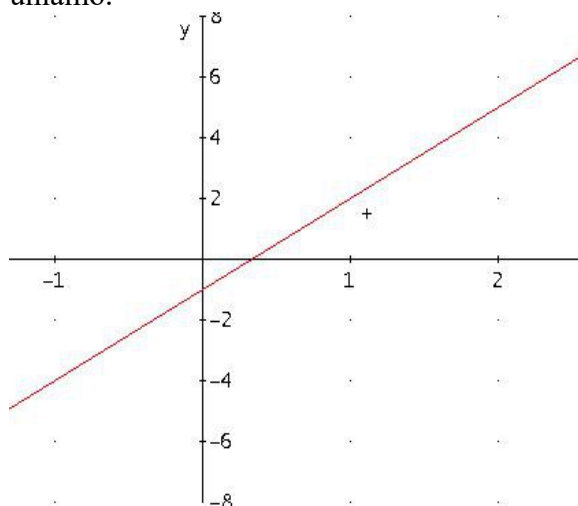
a) la prima è una retta parallela all'asse y ed è formata da tutti i punti che hanno ascissa -4.



b) La seconda è una retta parallela all'asse x ed è formata da tutti i punti che hanno ordinata 5.



c) Per disegnare la terza vanno trovati **due** punti appartenenti alla retta, li troviamo facendo la tabellina in cui si sceglie un valore di x (nel nostro caso per primo abbiamo scelto lo 0) e si sostituisce tale valore alla x dell'equazione della retta trovando il corrispondente valore di y ($3 \cdot 0 - 1 = -1$). Riportiamo i punti così ottenuti A (0 -1) e B (2 5) sul piano cartesiano e li uniamo.



X	Y
0	-1
2	5

Determinare il coefficiente angolare ed il termine noto della retta $y = 3x - 1$

La retta è in forma esplicita pertanto basta ricordarsi che il coefficiente della x è il coefficiente angolare e il termine senza la x il termine noto. Pertanto $m = 3$ e $q = -1$.

Oss: nel caso in cui nell'equazione della retta non si presenti uno dei due termini questo non significa che non ci sono ma che sono 0!

Es. $y = 3x$ si ha che $m = 3$ e $q = 0$

$y = 5$ si ha che $m = 0$ e $q = 5$

oss2: l'equazione di una retta parallela all'asse y non è esprimibile in forma esplicita, pertanto non esistono il coefficiente angolare ed il termine noto.

Determinare il coefficiente angolare ed il termine noto della retta $12x - 4y - 5 = 0$

La retta non è scritta in forma esplicita, quindi non possiamo dire immediatamente il coefficiente angolare ed il termine noto.

Portiamo quindi la retta in forma esplicita ricavando la y dall'equazione precedente

$-4y = -12x + 5$ cambio i segni

$4y = 12x - 5$ divido per 4

$y = \frac{12}{4}x - \frac{5}{4}$ ossia

$y = 3x - \frac{5}{4}$ pertanto $m = 3$ e $q = \frac{5}{4}$

Data una retta in forma implicita portarla in forma esplicita:

$3x - 2y - 5 = 0$

Basta ricavare la y , quindi si lascia la y a sinistra e portiamo tutti gli altri termini a destra

$-2y = -3x + 5$, cambiamo di segno $2y = 3x - 5$, dividiamo per 2 $y = \frac{3}{2}x - \frac{5}{2}$ forma esplicita.

Nel caso sia una retta parallela all'asse y per esempio $x = 5$ basta scrivere che non può essere portata in forma esplicita.

Data una retta in forma esplicita portarla in forma implicita:

Es $y = \frac{3}{5}x - \frac{7}{10}$ facciamo il minimo comune multiplo

$\frac{50y}{50} = \frac{30x - 35}{50}$ moltiplico entrambe le parti per 50, togliendo il denominatore

$50y = 30x - 35$ portiamo tutto a sinistra scrivendo in ordine (prima il termine con la x , poi la y ed infine il numero)

$-30x + 50y + 35 = 0$ forma implicita.

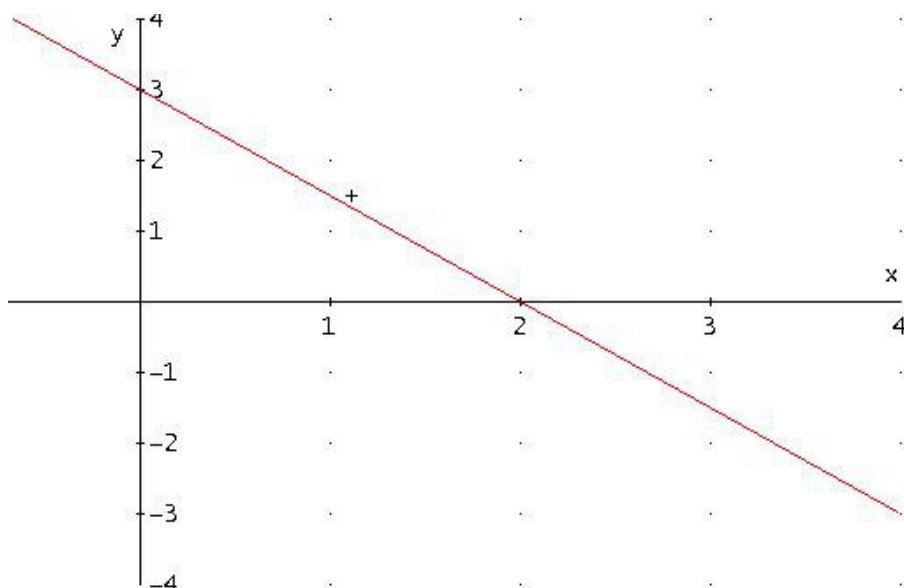
Determinare la retta passante per i punti $A(2 \quad 1)$ e $B(-5 \quad 6)$

Usiamo la formula del formulario che dà l'equazione della retta che passa per due punti

$\frac{y - y_b}{y_a - y_b} = \frac{x - x_b}{x_a - x_b}$ e ci sostituiamo le coordinate dei nostri punti

$\frac{y - 6}{1 - 6} = \frac{x - (-5)}{2 - (-5)}$ da cui $\frac{y - 6}{1 - 6} = \frac{x + 5}{2 + 5}$ ossia $\frac{y - 6}{-5} = \frac{x + 5}{7}$

Dato il seguente grafico determinare l'equazione della retta rappresentata.



$$\frac{y-0}{3-0} = \frac{x-2}{0-2} \text{ da cui } \frac{y}{3} = \frac{x-2}{-2} \text{ facendo il mcm } \frac{2y}{6} = \frac{-3(x-2)}{6} \text{ ossia}$$

$$\frac{2y}{6} = \frac{-3x+6}{6} \text{ quindi } 2y = -3x+6 \text{ dividendo per 2 } y = -\frac{3}{2}x+3 \text{ che è l'equazione}$$

della retta cercata.

Oss: se la retta di cui dobbiamo trovare l'equazione è parallela ad un asse si scrive direttamente l'equazione.

Il punto $A(2 \ 1)$ appartiene alla retta $y = -2x + 5$? Ed il punto $B(-1 \ 4)$?

Il punto appartiene alla retta se sostituendo le sue coordinate nell'equazione, quest'ultima risulta verificata. In altre parole prendiamo la x di A (2) e la y di A (1) e andiamo a sostituirle nell'equazione della retta rispettivamente al posto della x e della y ottenendo

$1 = -2 \cdot (2) + 5$ ossia $1 = -4 + 5$, $1 = 1$. Otteniamo che il primo membro è uguale al secondo membro, pertanto l'equazione è soddisfatta e quindi il punto A appartiene alla retta.

Facciamo la stessa cosa per B, $4 = -2 \cdot (-1) + 5$ da cui $4 = 2 + 5$ ossia $4 = 7$ è falso pertanto l'equazione non è soddisfatta ed il punto B non appartiene alla retta.

Determinare l'equazione della retta che abbia coefficiente angolare 5 e che passi per il punto $A(-1 \ 4)$.

Siccome abbiamo già il coefficiente angolare della retta possiamo scrivere $y = 5x + q$ dato che $m = 5$, q è da determinare.

q lo troviamo sfruttando l'informazione che la retta passa per A e quindi le coordinate del punto A verificano l'equazione della retta. Sostituiamo quindi la x di A (-1) al posto della x nell'equazione della retta e la y di A (4) al posto della y nell'equazione della retta ottenendo

$4 = 5 \cdot (-1) + q$ un'equazione di primo grado la cui incognita è q. Facendo i calcoli $4 = -5 + q$, portiamo la q a sinistra ed i numeri a destra $-q = -5 - 4$ ossia $-q = -9$ e cambiando i segni $q = 9$. Adesso avendo m e q possiamo scrivere l'equazione della retta $y = 5x + 9$.

Determinare il coefficiente angolare di una retta che passa per i punti $A(-1 \ 4)$ e $B(1 \ -4)$
 per determinare il coefficiente angolare di una retta che passa per due punti c'è la formula nel formulario, $m_{ab} = \frac{y_a - y_b}{x_a - x_b}$ pertanto andando a sostituire le coordinate dei punti otteniamo

$$m_{ab} = \frac{4 - (-4)}{-1 - (1)}, \text{ facendo i calcoli } m_{ab} = \frac{4 + 4}{-1 - 1} \text{ ossia } m_{ab} = \frac{8}{-2} \text{ quindi } m_{ab} = -4.$$

Il coefficiente angolare della retta passante per i punti A e B è quindi -4.

Determinare l'equazione di una retta che passa per i punti $A(-1 \ 4)$ e $B(1 \ -4)$ usando la formula del coefficiente angolare

Se i due punti hanno la stessa x allora la retta che passa per i due punti è una retta parallela all'asse y e non può essere scritta usando il coefficiente angolare.

Se i due punti hanno x diversa (come nel nostro caso) per scrivere l'equazione della retta dobbiamo determinare il coefficiente angolare m ed il termine noto q.

Per trovare il coefficiente angolare si fa come nell'esercizio precedente, trovando che $m = -4$.

La retta che cerchiamo sarà quindi del tipo $y = -4x + q$ con q da determinare.

Per trovare q basta sostituire le coordinate di uno dei due punti nell'equazione di prima e ricavare q: sostituiamo le coordinate di A $4 = -4(-1) + q$ quindi $4 = 4 + q$. Portiamo il q a sinistra ed i numeri a destra $-q = 4 - 4$ e quindi $-q = 0$ ossia $q = 0$. L'equazione della retta cercata è $y = -4x$.

Determinare l'equazione della retta parallela alla retta $y = 2x - 3$ passante per il punto $A(-1 \ 4)$

Due rette per essere parallele devono avere coefficiente angolare uguale pertanto la nostra retta avrà $m = 2$. Pertanto conosciamo il coefficiente angolare ed il punto in cui passa, pertanto è come l'esercizio nove.

La retta che cerchiamo sarà del tipo $y = 2x + q$ con q da determinare.

Come prima q si determina sostituendo le coordinate del punto A nell'equazione della retta ottenendo $4 = 2(-1) + q$ svolgendo i calcoli $4 = -2 + q$ portiamo q a sinistra $4 = -2 + q$
 $-q = -2 - 4$ $-q = -6$ ed infine $q = 6$. La retta cercata ha equazione $y = 2x + 6$.

Determinare l'equazione della retta perpendicolare alla retta $y = 2x - 3$ passante per il punto $A(-1 \ 4)$

Due rette per essere perpendicolari devono avere coefficiente angolare uno l'antireciproco dell'altro (ossia $m' = -\frac{1}{m}$) pertanto la nostra retta avrà $m = -\frac{1}{2}$. Pertanto conosciamo il coefficiente angolare ed il punto in cui passa, pertanto è come l'esercizio nove.

La retta che cerchiamo sarà del tipo $y = -\frac{1}{2}x + q$ con q da determinare.

Come prima q si determina sostituendo le coordinate del punto A nell'equazione della retta ottenendo $4 = -\frac{1}{2}(-1) + q$ svolgendo i calcoli $4 = \frac{1}{2} + q$ facciamo il m.c.m. $\frac{8}{2} = \frac{1+2q}{2}$

moltiplicando per due entrambi i membri il denominatore viene semplificato $8 = 1 + 2q$ portiamo q a sinistra $-2q = -8 + 1$ $-2q = -7$ cambiamo i segni ad entrambi i membri $2q = 7$ ed infine

dividiamo entrambi i membri per 2 $\frac{2q}{2} = \frac{7}{2}$ semplificando $q = \frac{7}{2}$. La retta cercata ha equazione

$$y = -\frac{1}{2}x + \frac{7}{2}.$$